



ESTIMACIÓN DE TASAS DE INFECCIÓN POR COVID-19

Sarai Martínez Méndez^a, Iojany Abigail Valle Queb^b, Wendy Hernández Flores^c
Justino Alavez Ramírez

Universidad Juárez Autónoma de Tabasco

^a202a31010@alumno.ujat.mx, ^b202a31002@alumno.ujat.mx, ^c202a31017@alumno.ujat.mx



1. Introducción

Un modelo que se emplea para explicar los aspectos básicos de la dinámica de una epidemia se debe a William O. Kermack (1898-1970) y a Anderson G. McKendrick (1876-1943), quienes desarrollaron el conocido modelo SIR debido a que divide a los individuos de una población en tres categorías temporales: los individuos susceptibles $S(t)$, los individuos infectados $I(t)$ y los individuos recuperados $R(t)$, que se relacionan a través de tres ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) acopladas. En este modelo se asume que la población total N es constante en el tiempo, es decir, $N = S(t) + I(t) + R(t)$, $t \geq 0$. En este trabajo se aplica el modelo SIR para estimar las tasas de infección por COVID-19 en los estados de Tabasco, Quintana Roo y Yucatán, en 2020.

2. Modelo SIR

Se considera el modelo SIR sin dinámica vital dada por el sistema de EDO:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -\frac{\beta}{N}IS \\ \dot{I} &= \frac{\beta}{N}IS - \mu I \\ \dot{R} &= \mu I, \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde β es la tasa de infección de individuos susceptibles por individuos infecciosos y μ es la tasa de recuperación de los individuos infectados, con condiciones iniciales: $S(0) = S_0 > 0$, $I(0) = I_0 > 0$ y $R(0) = R_0 \geq 0$. El estado de equilibrio libre de enfermedad ocurre cuando $I = 0$, así para el modelo (2.1) resulta ser $E_0 = (N, 0, 0)$.

El número reproductivo básico \mathfrak{R}_0 (Mohajan, 2022 [3]), representa el número promedio de infecciones secundarias producidas por un individuo, durante su periodo infeccioso, en una población donde todos son susceptibles. Este número está dado por

$$\mathfrak{R}_0 = \beta/\mu.$$

El número reproductivo efectivo \mathfrak{R}_e (Abeló Ugalde *et al.*, 2020 [1]) es el número promedio de infecciones secundarias producidas por un individuo durante su periodo infeccioso, en la población de susceptibles al tiempo $t \geq 0$, se define para el modelo (2.1) como:

$$\mathfrak{R}_e(t) = \frac{\beta}{\mu} \frac{S(t)}{N}, \quad t \geq 0.$$

Cuando $\mathfrak{R}_e < 1$, la epidemia empezará a decrecer y eventualmente tenderá a desaparecer. Una condición umbral para la estabilidad del punto de equilibrio libre de enfermedad E_0 (Mohajan, 2022 [3]) establece que si $\mathfrak{R}_0 < 1$, entonces E_0 es localmente asintóticamente estable.

3. Datos de la población de infectados

Para estimar la tasa de infección β , se aplicará la técnica de mínimo de cuadrados, implementada en el software DIFFPAR (Edsberg *et al.*, 1995 [2]). Para ello, se requieren datos de la población de infectados, que nos fueron proporcionados por la "Secretaría de Salud" de los estados de Quintana Roo, Tabasco y Yucatán, en los periodos que se muestran en la tabla 1.

Periodo	Quintana Roo	Tabasco	Yucatán
Dato inicial	13 de marzo	18 de marzo	18 de marzo
Dato final	11 de nov	3 de nov	19 de nov
Total (días)	243	230	246

Tabla 1: Periodos en los que nos proporcionaron los datos.

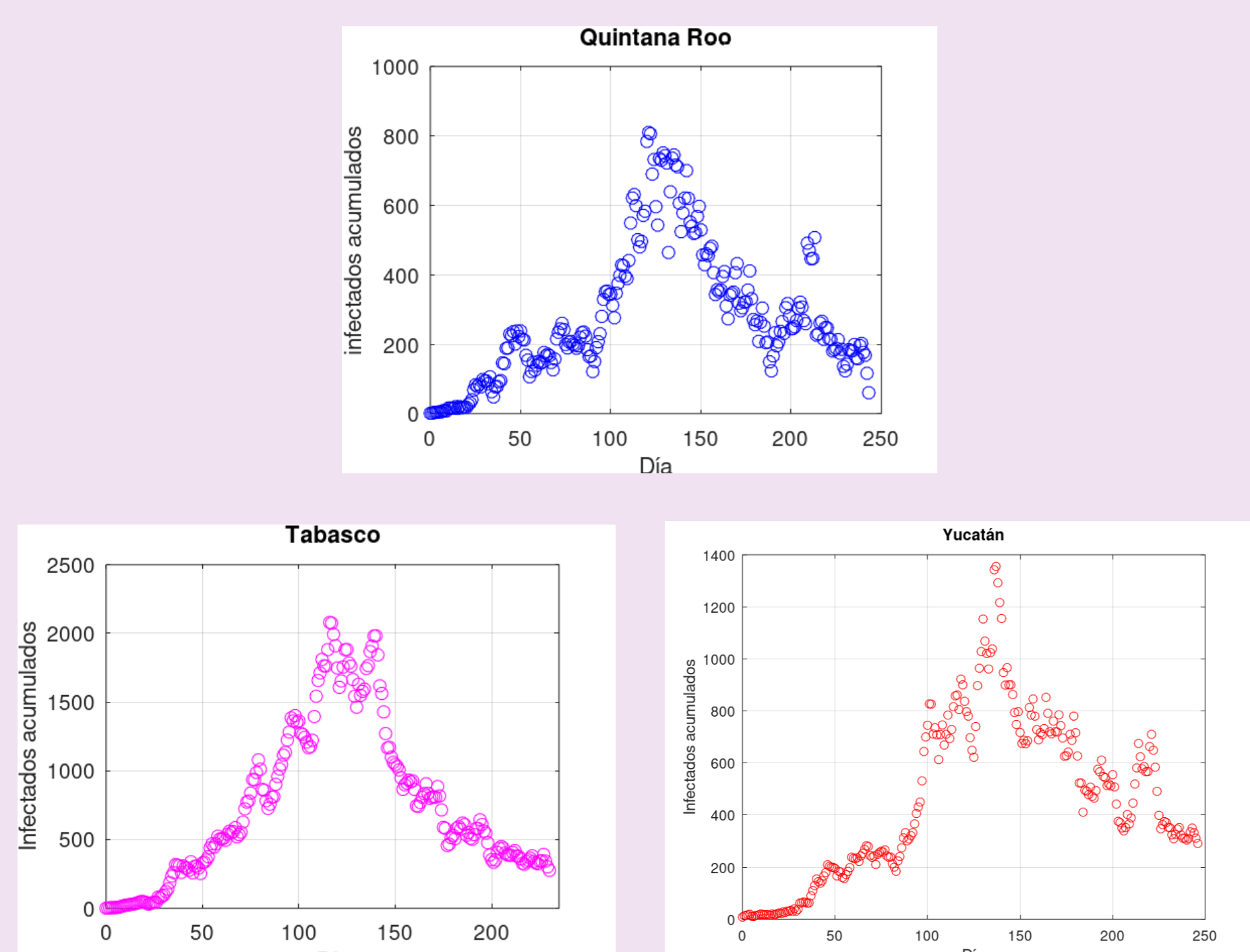


Figura 1: Gráficas de la población de infectados acumulados diarios $I(t)$ en cada estado, considerando un periodo infeccioso de 5 días.

Realizamos tres estimaciones de la tasa de infección en cada estado, una en la sección A que va desde el día donde se confirma el primer caso hasta el dato máximo de la primera ola, otra en la sección B que va desde el dato máximo de la primera ola, hasta el dato mínimo (la cual marca el término de la primera ola),

y una más en la sección C que corresponde la ola completa, como se indica en la tabla 2.

Sección	Quintana Roo	Tabasco	Yucatán
A	13/mar a 12/jul	18/mar a 12/jul	18/mar a 02/ago
B	12/jul a 11/nov	12/jul a 03/nov	02/ago a 19/nov
C	13/mar a 11/nov	18/mar a 03/nov	18/mar a 19/nov

Tabla 2: Periodos de los datos de la población de infectados considerados para la estimación de la tasa de infección β en cada estado.

4. Resultados de la estimación de la tasa de infección β

Consideramos que una persona infectada puede contagiar a otros hasta por 5 días consecutivos, calculamos los datos acumulados que se muestran en la figura 1. Con esos datos y mediante el uso del software DIFFPAR, obtuvimos las estimaciones que se muestran en la tabla 4. Los parámetros iniciales para la optimización y las condiciones iniciales para resolver el sistema de EDO, se muestran en la tabla 3.

PI y CI	Quintana Roo	Tabasco	Yucatán
β_0^*	4.0×10^{-7}	8.0×10^{-7}	8.0×10^{-6}
μ_0	2	2	7
S_0	1857984	2402597	2320890
I_0	1	1	8

Tabla 3: Parámetros iniciales (PI) y condiciones iniciales (CI) utilizados para estimar los parámetros de la sección C de cada estado. $\beta_0^* = \beta_0/N$.

Sección	Parámetro	Quintana Roo	Tabasco	Yucatán
A	β	2.4141	0.7961	0.9127
B		0.0442	0.4285	0.0347
C		1.3164	1.0582	1.0728
A	μ	2.3514	0.7627	0.8814
B		0.0576	0.4422	0.0451
C		1.2849	1.0195	1.0440
A	I_0	1	66	29
B		746	2056	991
C		27	52	45

Tabla 4: Parámetros estimados por sección en cada estado.

Con la función Ode45 de Matlab/Octave, graficamos los resultados obtenidos usando los parámetros estimados de la sección C de cada estado, mismos que se muestran en las figuras 2, 3 y 4. En la figura 5 podemos observar el comportamiento del número reproductivo efectivo $\mathfrak{R}_e(t)$ para cada estado.

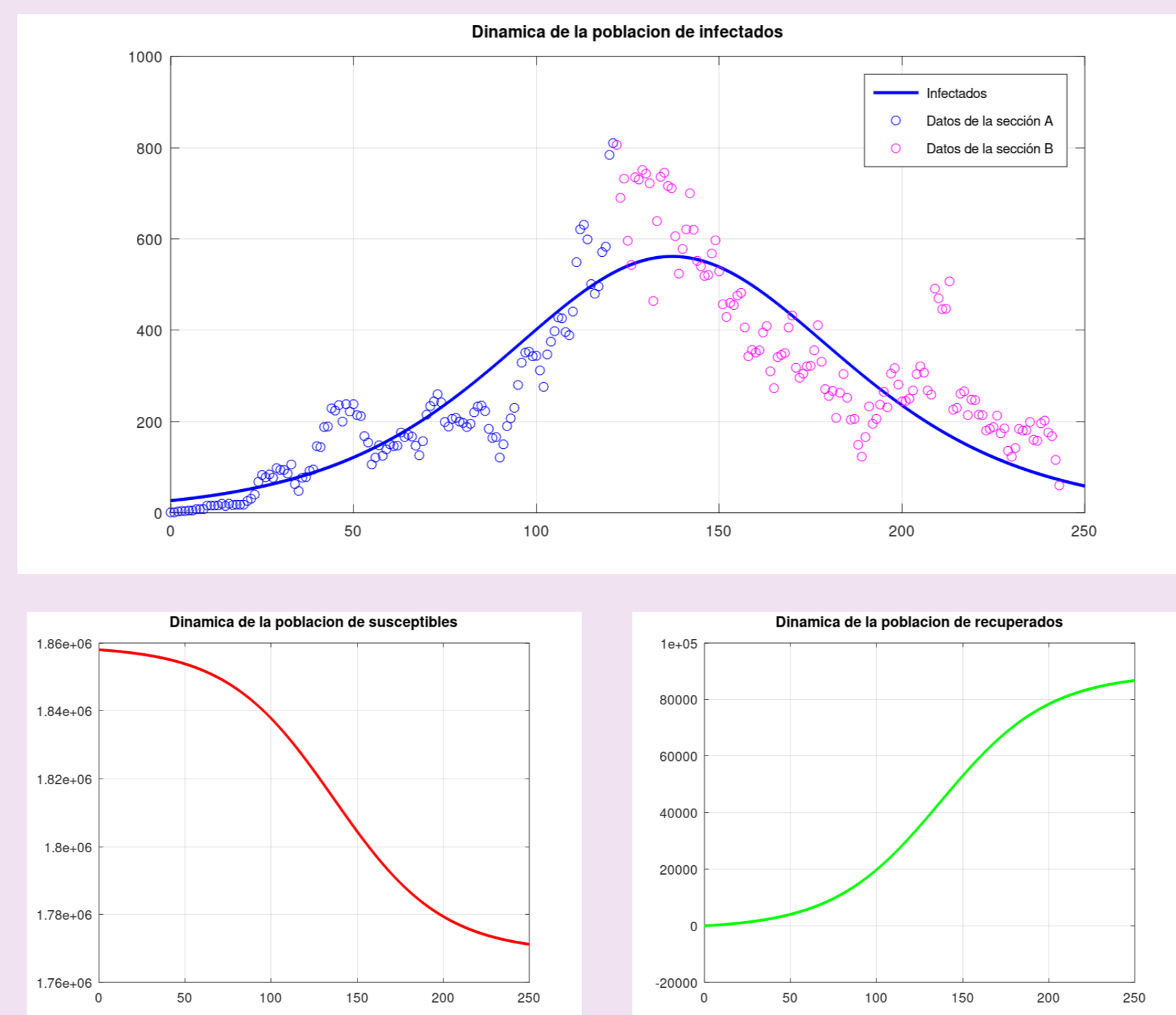


Figura 2: Dinámica de la población de infectados, susceptibles y recuperados en Quintana Roo.

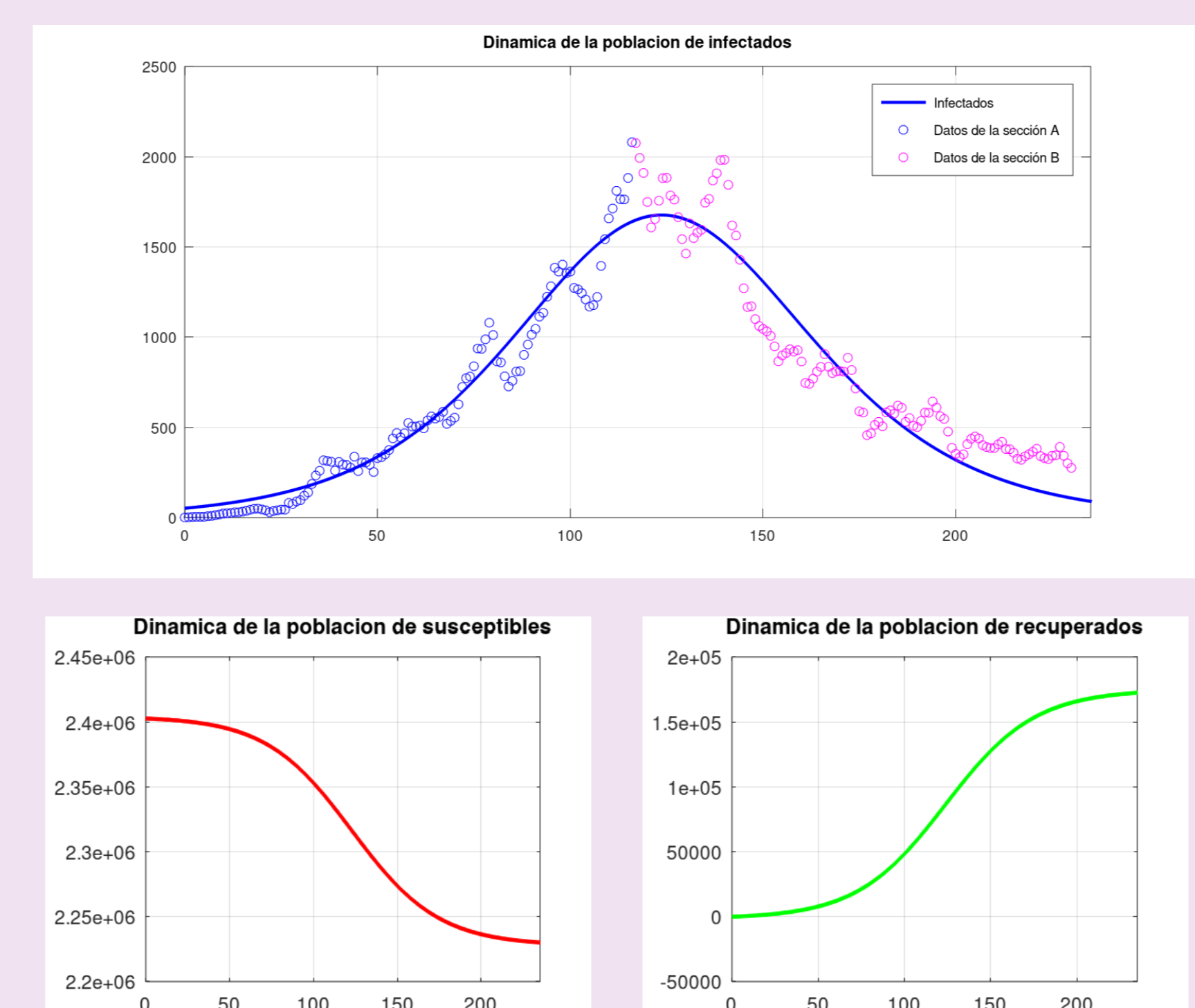


Figura 3: Dinámica de la población de infectados, susceptibles y recuperados en Tabasco.

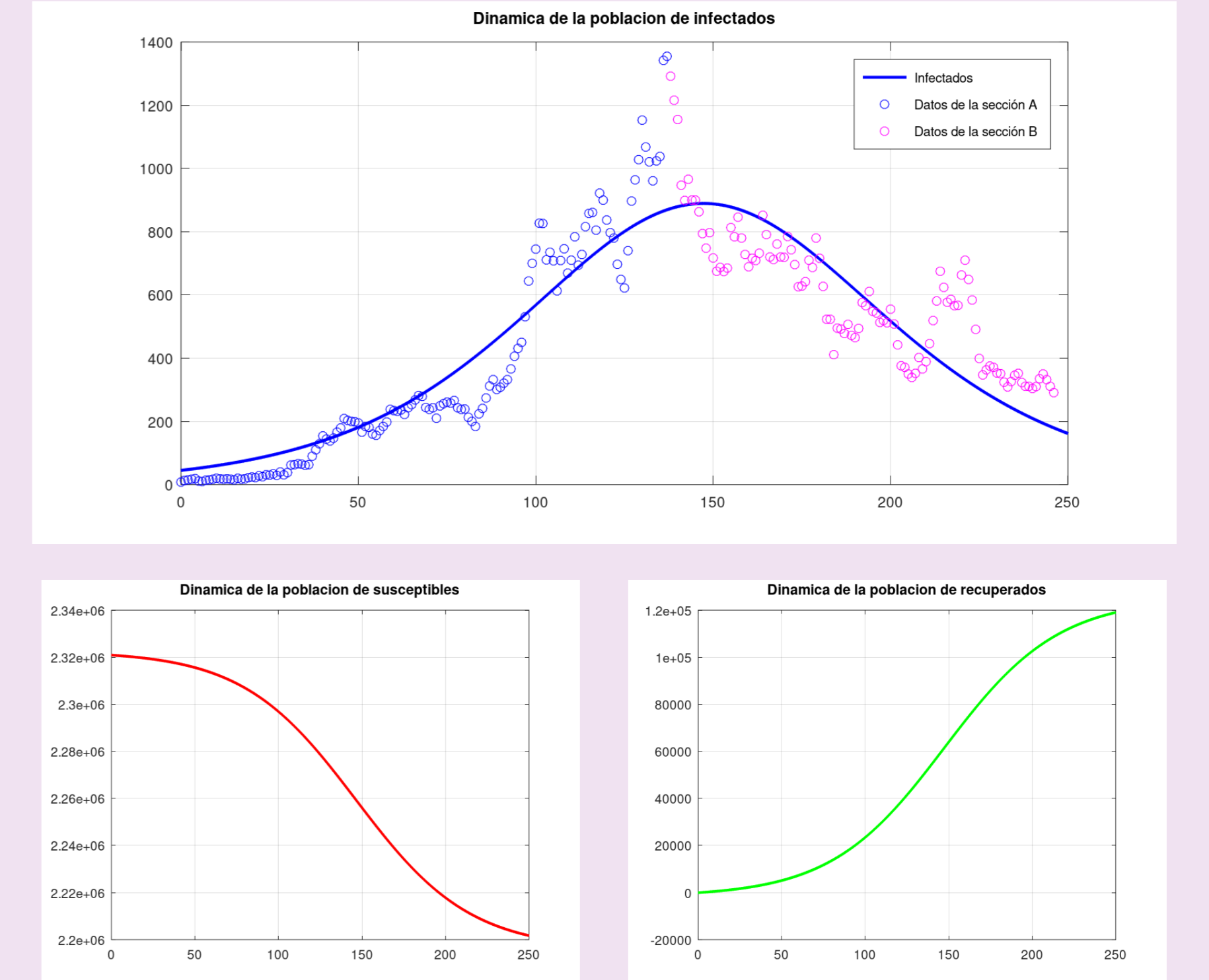
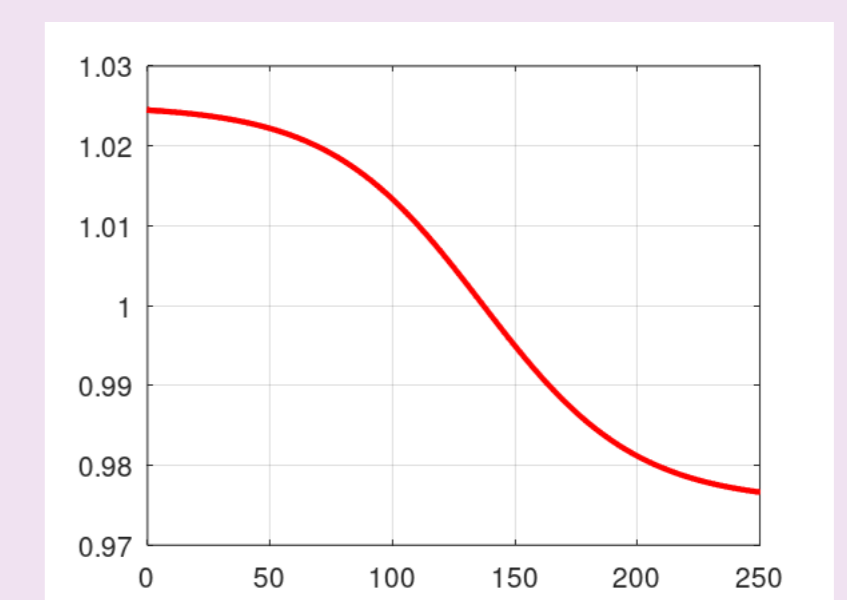
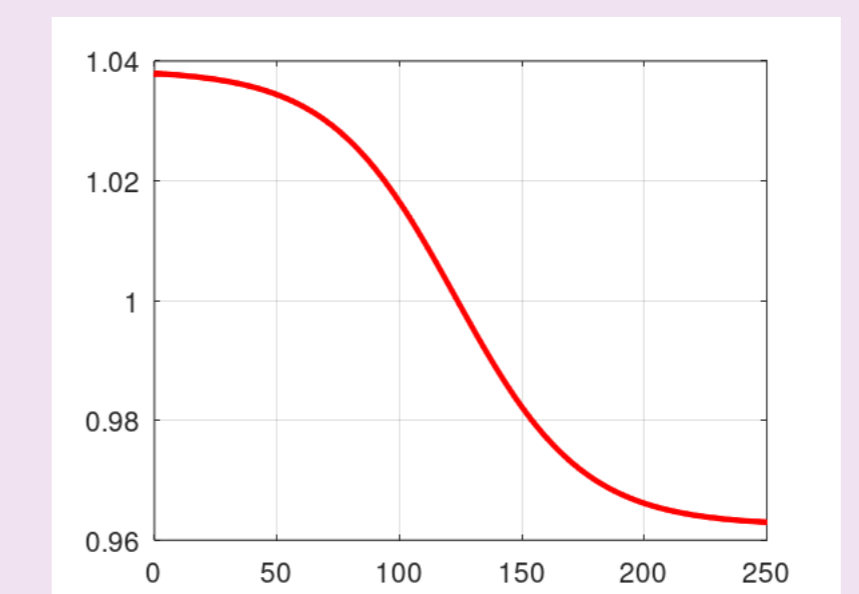


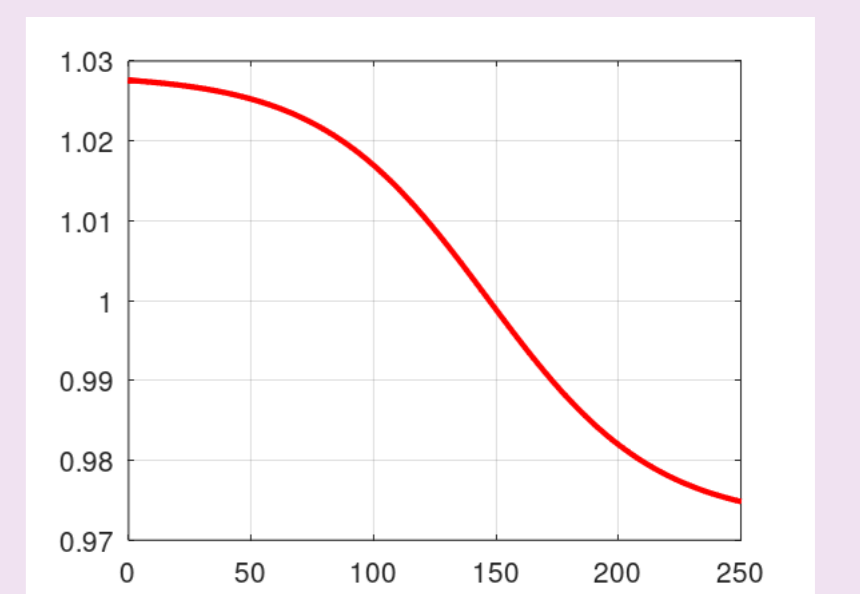
Figura 4: Dinámica de la población de infectados, susceptibles y recuperados en Yucatán.



a) Quintana Roo, $\mathfrak{R}_0 = 1.0245$.



b) Tabasco, $\mathfrak{R}_0 = 1.0379$.



c) Yucatán, $\mathfrak{R}_0 = 1.0276$.

Figura 5: Dinámica de $\mathfrak{R}_e(t)$, $t \geq 0$, en cada estado.

5. Conclusiones

De la tabla 1 notamos que la primera ola tuvo periodos similares en los tres estados, iniciando en el mes de marzo y teniendo fin a principios y mediados del mes de noviembre de 2020.

En la tabla 4, observamos que durante el 2020 (sección C), los tres estados tienen valores similares en sus parámetros β , μ e I_0 ; en la sección A la diferencia es más notable en Quintana Roo y en la sección B Tabasco es quien difiere. Además, en las figuras 2, 3 y 4 se puede observar que se tienen buenos ajustes y los tres siguen la tendencia de los datos.

Con respecto al número reproductivo efectivo de cada estado, $0.96 < \mathfrak{R}_e < 1.04$ (figura 5), lo cual respalda el hecho de que haya habido un brote epidémico, aunque esto también nos dice que los contagios se lograron estabilizar, lo que sucede cuando $\mathfrak{R}_e < 1$ ya que la pandemia comienza a decrecer, o al menos eso se vio al final de la primera ola, aunque como se sabe el control no fue por mucho tiempo, ya que se tuvieron varias olas posteriores a la primera.

Aunque en general con el modelo SIR se obtienen buenos ajustes, hay otros modelos que consideran por ejemplo, el número de individuos fallecidos, hospitalizados, expuestos, entre otros, uno de ellos es el modelo analizado por Ndaïrou *et al.* (2020) [4] y por Peregrino *et al.* (2023) [5], este último usa los datos de infectados en Tabasco en el mismo periodo de la sección C para hacer simulaciones, pero reportan valores de β y μ que difieren mucho de los obtenidos en este trabajo.

Referencias

- [1] Abeló Ugalde, I.A., Guinovart Díaz, R., Morales Lezca, W., (2020). El modelo SIR básico y políticas antiepidémicas de salud pública para la COVID-19 en Cuba. *Revista Cubana de Salud Pública*, **46**(Sup. especial):e2597.
- [2] Edsberg, L. & Wedin, P.-A. (1995). Numerical tools for parameter estimation in ode-systems. *Optimization Methods and Software*, **6**(3):193–217.
- [3] Mohajan, H.K. (2022). Mathematical Analysis of SIR Model for COVID-19 Transmission. *Journal in Innovations in Medical Research*, **1**(2):1–35.
- [4] Ndaïrou F., Area, I., Nieto, J.J. & Torres, D.F.M. (2020). Mathematical modeling of COVID-19 transmission dynamics with a case study of Wuhan. *Chaos, Solitons & Fractals*, **135**:1–6, 109846.
- [5] Peregrino, A., González, D. & López, J. (2023). A Mathematical Model to Estimate the COVID-19 Pandemic in Red Lights of Mexico. *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana de Computación Científica y sus Aplicaciones*, **9**(9):77–91.